

# 計算機数理学特論レポート課題

2011年7月  
出題者: 柳浦

**課題.** 以下の5問のうち2問以上を解答せよ.

1. 指数関数について.
  - (a)  $10n^3$  と  $3^n$  の  $n = 1, 2, \dots, 10$  に対する値を表に書き下せ. (指数関数が多項式よりも急激に増える様子を実感して欲しい.)
  - (b) アルゴリズム A の計算時間は問題例の規模のみに依存すると仮定し, 規模  $n$  の入力に対する計算時間が  $2^n$  であるとする. このアルゴリズムを用いてある計算機で  $n = 1000$  の問題例を解くのに時間  $t$  を要した. 100 倍速い計算機で時間  $t$  以内に解ける問題例の規模  $n$  (整数) の最大値を求めよ.
2. 欲張り法とけちけち法について.
  - (a) 講義で紹介したおやつの問題例に対し, けちけち法 (講義で紹介したもの) を適用するときの動作の様子を示せ.
  - (b) 0-1 ナップサック問題に対する欲張り法とけちけち法 (いずれも講義で紹介したもの) の両方を同じ問題例に適用したとき, けちけち法の出力する解の目的関数値が欲張り法のものよりも良いということはあるか否かを答えよ. また, その理由を説明せよ.
3. 0-1 ナップサック問題に対する欲張り法の近似比を考える. 問題例  $I$  に対して欲張り法を適用することによって得られる解の目的関数値を  $A(I)$ , 問題例  $I$  の最適値を  $OPT(I)$  と記す. 任意の  $\varepsilon > 0$  に対し, 近似比  $A(I)/OPT(I) < \varepsilon$  を満たすような問題例  $I$  が存在すること, すなわち近似比をいくらでも 0 に近づけることができることを示せ.
4. 動的計画法について.
  - (a) 講義で紹介したおやつの問題例に対し, 動的計画法の計算過程を表にせよ. ただし, 値段は 10 円単位とせよ (あるいはもとの値段を 10 で割った値段で考える).
  - (b) 0-1 ナップサック問題に対する動的計画法を考える. 講義で与えた方法とは  $c_j$  と  $a_j$  の役割を入れ替えて, 状態  $g^*(j, p)$  を要素集合  $\{1, 2, \dots, j\}$  からいくつかを選んだ合計満足度が丁度  $p$  であるときの値段合計の最小値と定義して動的計画法の漸化式を書き下し, 最適値の求め方を述べよ. また, アルゴリズムの計算時間を評価せよ.
5. 講義では分枝限定法を最適解のひとつを出力するアルゴリズムとして説明した. 限定操作に上界値テストのみを用いるとき, 分枝限定法を用いて最適解を全て出力するには, 上界値テストをどのように変更すればよいかを説明せよ.

## 提出方法

- 8月6日正午までに yagiura@nagoya-u.jp 宛に PDF ファイルで提出してください.
- メール本文およびレポートの冒頭に「計算機数理学特論レポート課題 (出題者 柳浦)」と明記し, 氏名, 所属 (研究科, 専攻等), 学年, 学籍番号を記載してください.