京都大学 工学部 情報学科
数理工学コース 離散数理分野
研究室見学

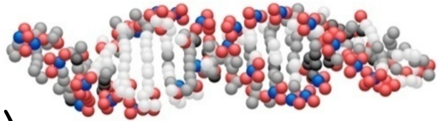
永持　仁 教授　趙 亮 講師　福永 拓郎 助教

石田侑介　平松正嗣　坂口純一 ４年生

レク太くん ソルバー

我々の研究室の研究テーマ

離散数学の問題の複雑さの解明とアルゴリズムの開発

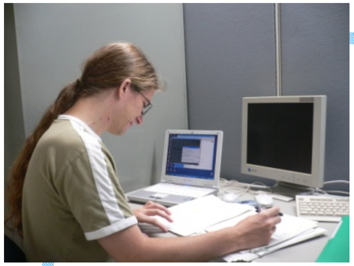


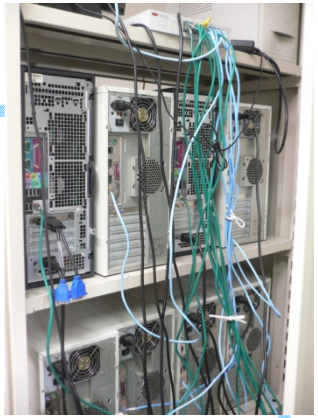
応　　用

工学システム，生産システム，経営システム，

コンピュータネットワーク，バイオインフォマティクス…

モデル化　↓　↑　問題解決手法





離散数学・組合せ最適化

グラフ・ネットワーク，ネットワーク設計，

資源配分，スケジューリング，配送計画，ゲノム解析

問題の複雑さの解明	⇄	アルゴリズムの開発
計算理論，NP困難性，…		データ構造，計算量評価，…

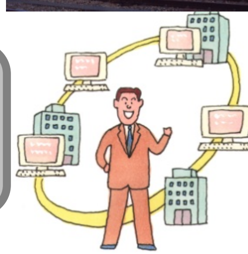
研究の流れ

アルゴリズム開発のための理論的枠組み
多面体理論，双対性，マトロイド，グラフのカット構造，問題の変換・縮小手法，NP-困難性

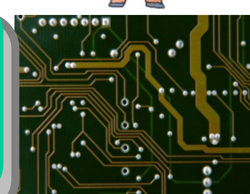
グラフ・ネットワーク連結度問題
グラフ分割・ネットワーク設計

配送計画問題・スケジューリング問題

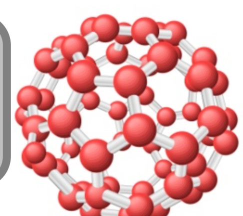
汎用問題ソルバー
MAX2SAT, 集合被覆問題



グラフ・図形レイアウト
平面グラフの描画，平面領域分割
矩形・非凸多角形パッキング



化学物質のグラフ構造推定問題



多項式時間アルゴリズム

精度保証つき近似アルゴリズム

分枝限定法

メタヒューリスティクス

コンピュータは万能なの？
数学は役に立つの？

カスパロフに匹敵するチェスの強さ

人間による
知的努力
（＝数学）

**ゲーム理論
に基づく
アルゴリズム**

計算機に
よる演算

**スーパーコンピュータ
毎秒360兆回の演算**

1997年５月、チェスの世界チャンピオン であるカスパロフとIBM製のチェスコンピュータ「ディープブルー」が対戦し、ディープ ブルーが2勝1敗3引き分けで世界チャンピオンを破りました。

ディープブルー　vs.　カスパロフ

数学Bの教科書から

改題

a, b, c が正の整数のとき，$a^2 + b^2 = c^2$ を満たす
整数の組 (a, b, c) を**ピタゴラス数**という。

$c \leqq 10{,}000$ までのピタゴラス数 a, b, c をすべて求めよ。

手計算で
やるの?

コンピュータにやってもらおう．．．

数学Bの教科書から

$c \leqq n$ までのピタゴラス数 a, b, c をすべて求めよ。

単純列挙法　n^2 通りを調べさせる.

n=10,000なら10,000×10,000 通り

単純列挙法

コンピュータによる

n^2

ステップの計算

知的努力で
解決できた部分
があまりない

数学Bの教科書から

オリジナル

a, b, c が正の整数のとき，$a^2 + b^2 = c^2$ を満たす
整数の組 (a, b, c) をピタゴラス数という。

定理

ピタゴラス数は，自然数 M, N を用いて

$$a = M^2 - N^2, \quad b = 2MN, \quad c = M^2 + N^2$$

と表される。

$c \leqq n$ なら $M, N \leqq n^{1/2}$

このことを用いて，　$M = 10$ までの
ピタゴラス数 a, b, c を求めるプログラムを作れ。

数学Bの教科書から

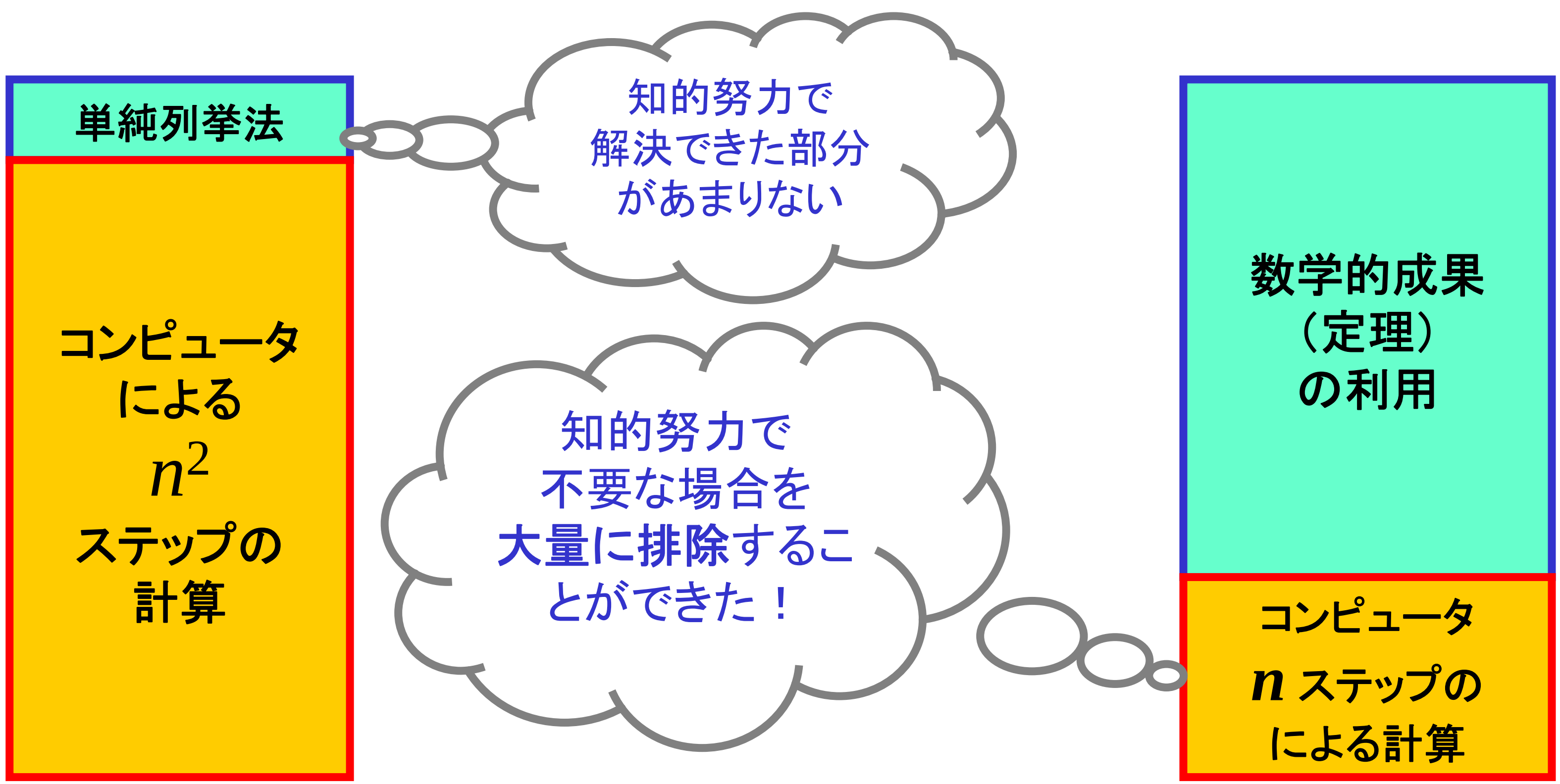
$c \leqq n$ までのピタゴラス数 a, b, c をすべて求めよ。

単純列挙法　n^2 通りを調べさせる.

n=10,000なら10,000×10,000 通り

数学的成果を盛り込んだ解法

$n^{1/2} \times n^{1/2} = n$ 通りを調べさせる.



場合の数の爆発

最小木問題
(minimum spanning tree problem)

図１のように，６つの都市が通信路でつながっているとする。都市 ① と都市 ② の間の通信路につけられた数字６は，この通信路を借りる費用を表す。通信路をいくつか借りて，全都市を結ぶ通信網を，最小の費用で構築することを考えよう。

図 1

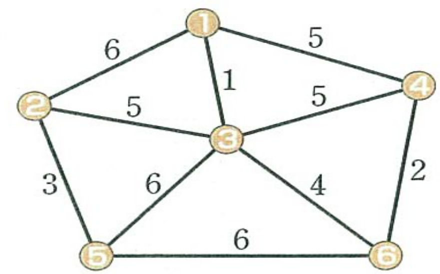
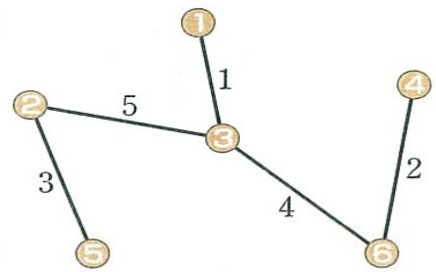


図 2



この場合，図２のようにすると，最小費用 15 で通信網ができる。同様の問題は，都市の数がもっと多い場合にも考えられる。しかし，全都市を結ぶ通信網をすべて考え，必要な費用もすべて計算するという単純な方法では，考える場合の数が都市の数とともに爆発的に増加し，すぐに大型の計算機でも手に負えなくなる。

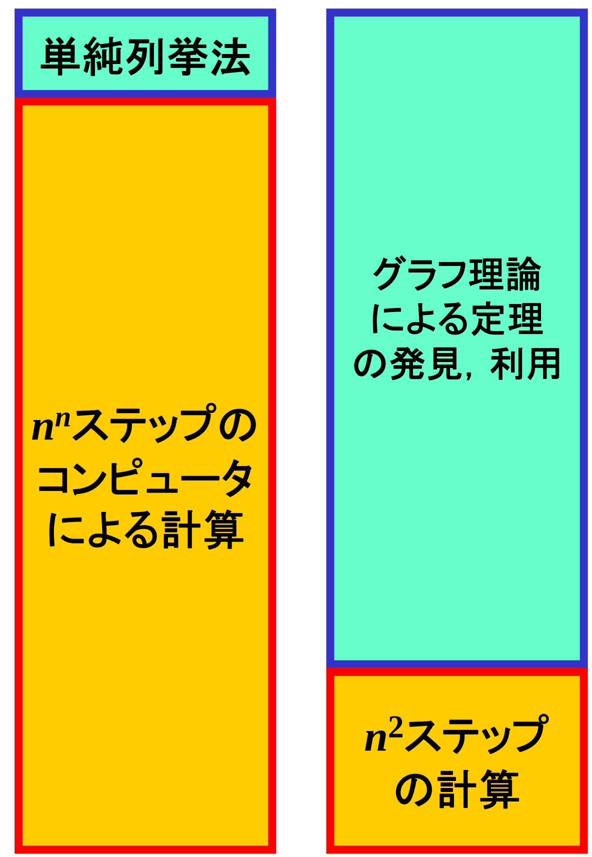
さまざまな電子回路，特に計算機の頭脳である CPU（中央処理装置）の設計においても，同様の問題が生じる。最適な選択が何かを，計算機によって，できるだけ速く決定する方法が研究されている。実際，この種の研究により，CPU の設計で巨額の費用が節約されたという例もある。

似たことは，囲碁や将棋などのゲームでも起こる。先の方まで手を読もうとすると，複雑な場合分けが必要となり，すべての場合を考えつくすことは，計算機でも到底不可能になるのである。

場合の数の爆発は，新しいタイプの数学の問題を数多く生み出している。

n都市を結ぶ通信網は，n^n 通りになり得る.

離散数学の定理を使えば，n^2 程度の計算ステップで n = 数万でも瞬時に最適な選択が決定できる.

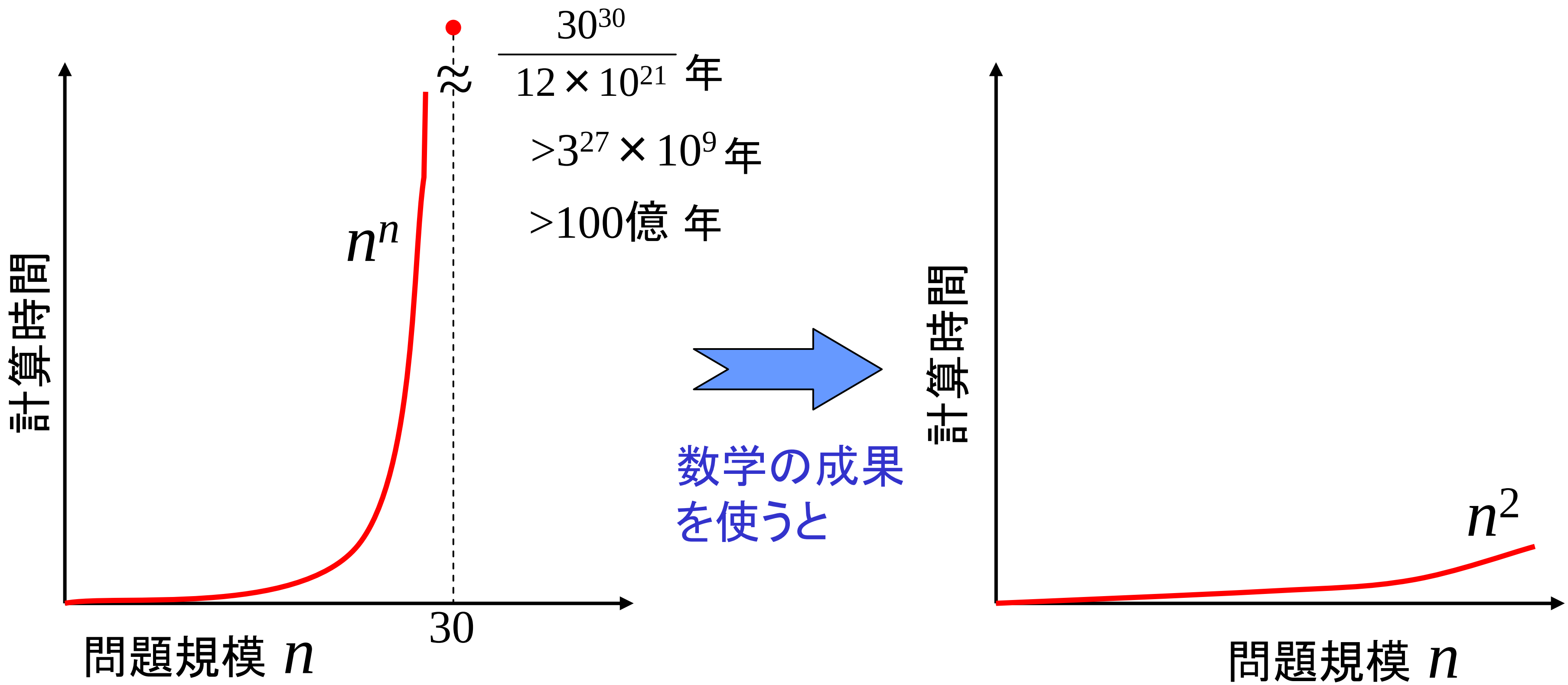


最小木問題を解く 計算時間

単純列挙法

スパコン　360兆回/秒 = 3.6 × 10^{14} 回 / 秒
= 3.2 × 10^{7} × 3.6 × 10^{14} 回 / 年

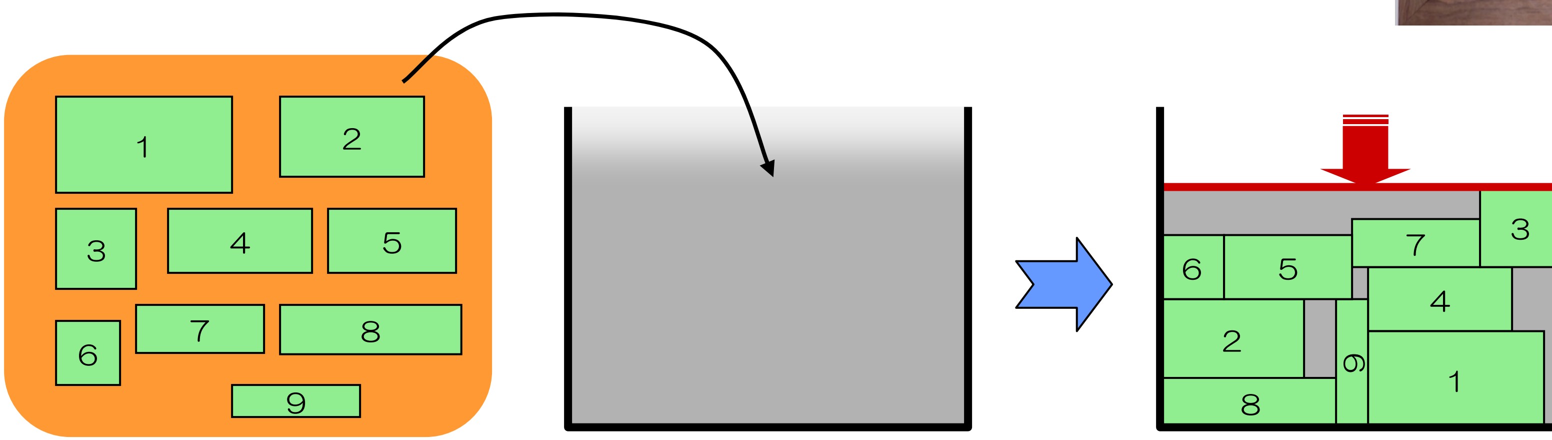
数学的成果を盛り込んだ解法



$n!$, $2n$ などの計算ステップ数は爆発的に増大する

パッキング問題

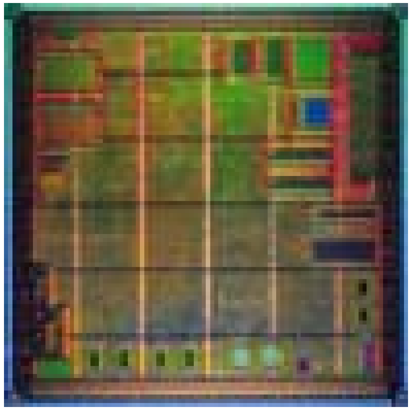
与えられた長方形を入れ物に詰める
制約: 長方形同士が重ならない
目的: 最上辺の高さをできるだけ低く



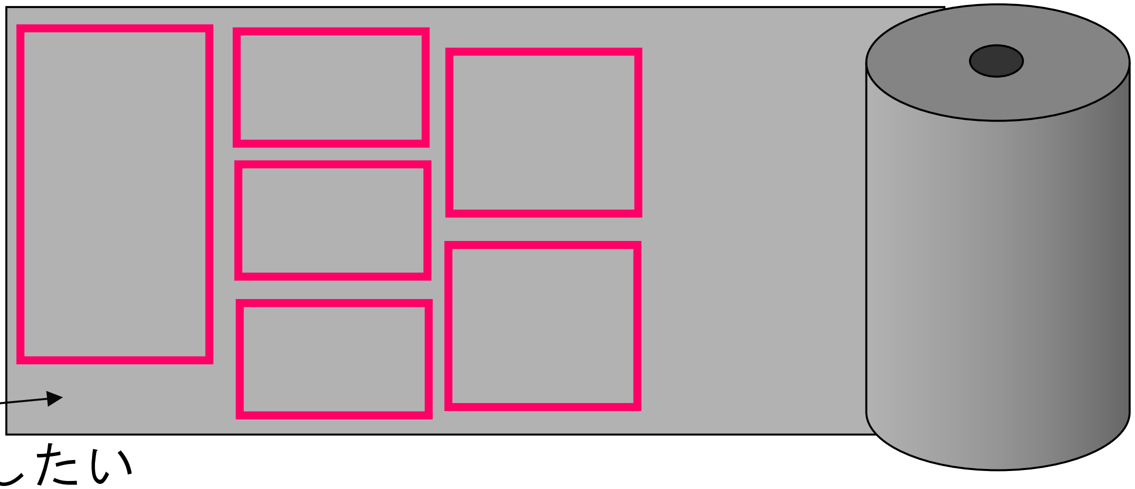
与えられた長方形　入れ物　詰めた結果

パッキング問題の応用例

VLSIのレイアウト設計



部材の切り出し



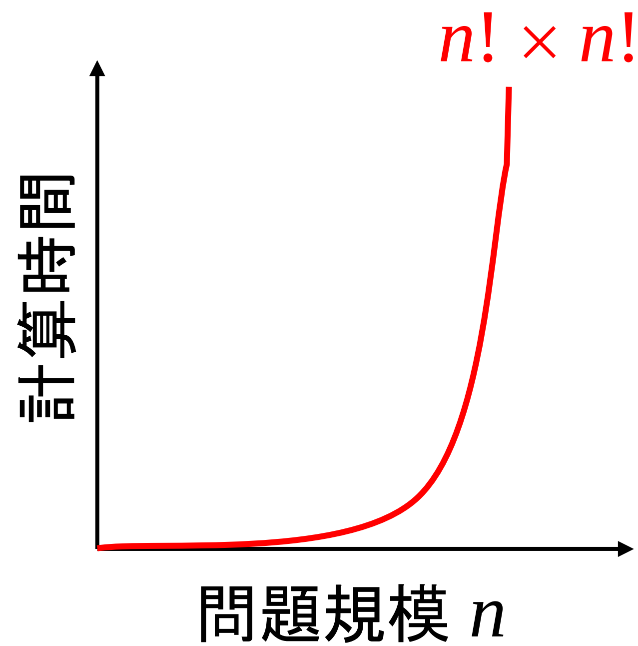
無駄になる
部分を最小にしたい

パッキング問題の計算時間

単純列挙法

単純列挙法

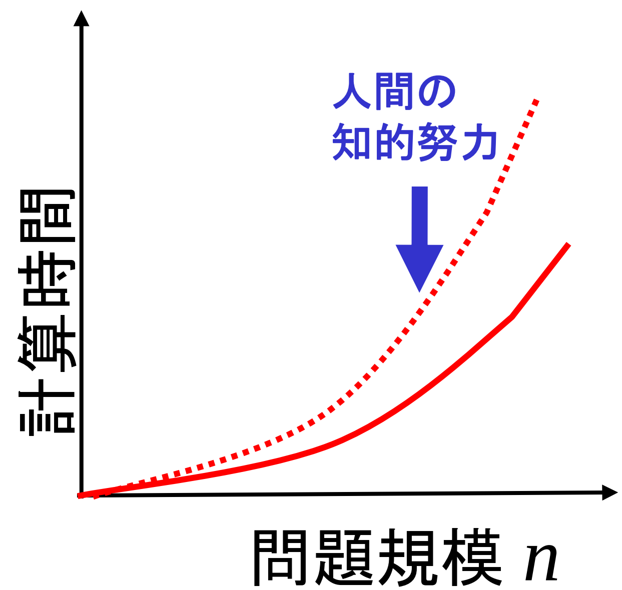
コンピュータ
による
$n! \times n!$
ステップの
計算



数学的成果を
盛り込んだ解法

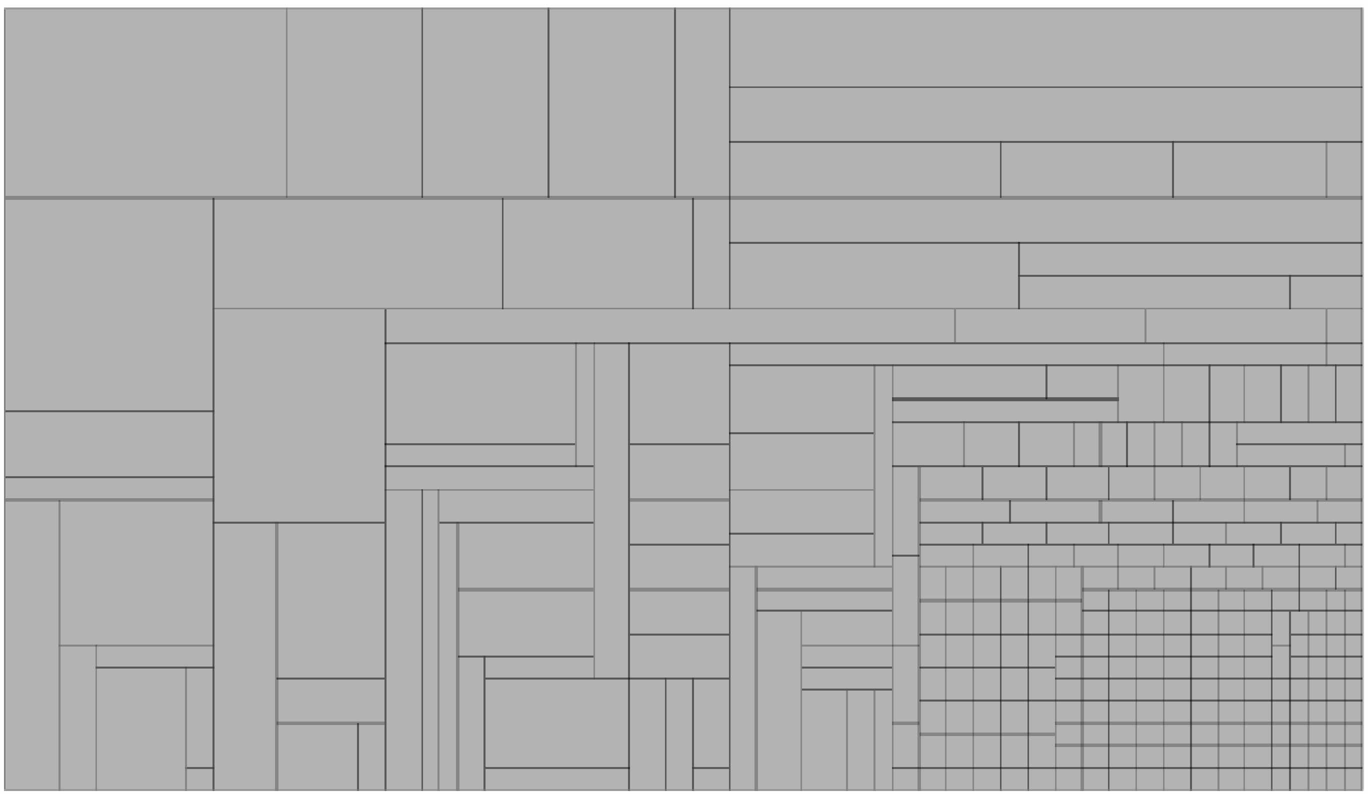
数学的成果
の利用

コンピュータ
による計算



レク太くん

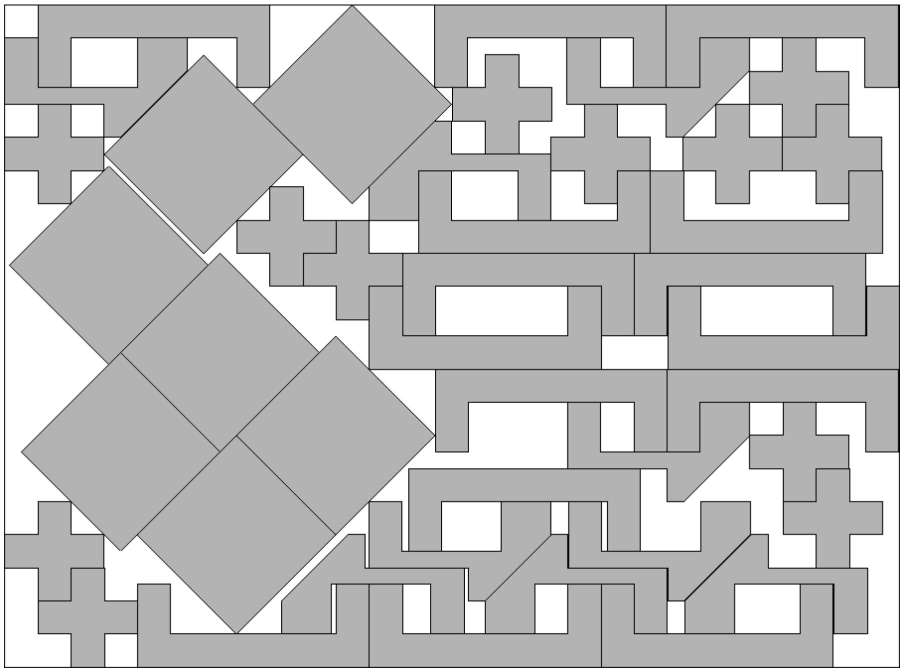
レク太くん：当研究室で開発したパッキング問題専用ソルバー．　現在，世界最高速の性能を持つ．



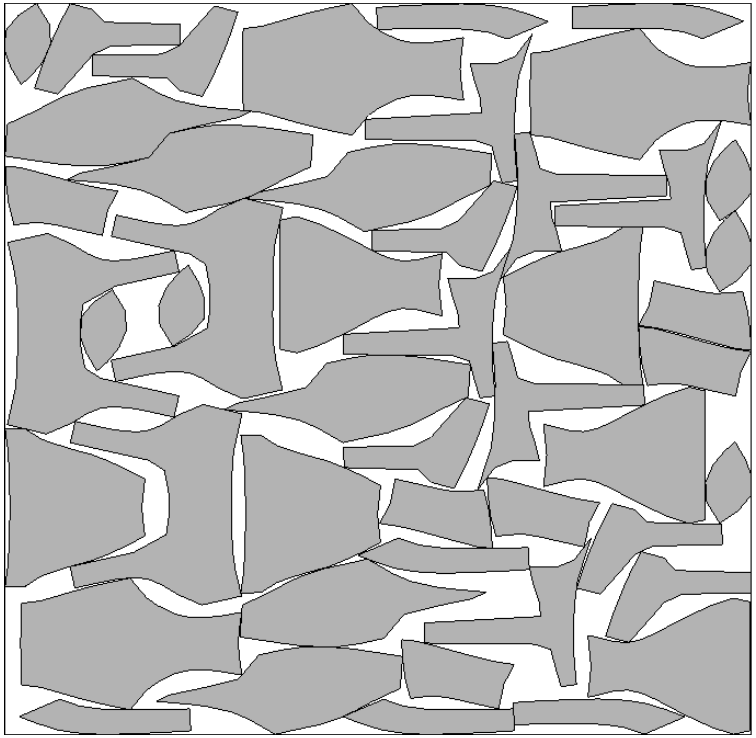
３００矩形の例題が厳密に解けることも！

非凸多角形の平行移動パッキング

非凸多角形の平行移動専用のパッキングソルバーの開発



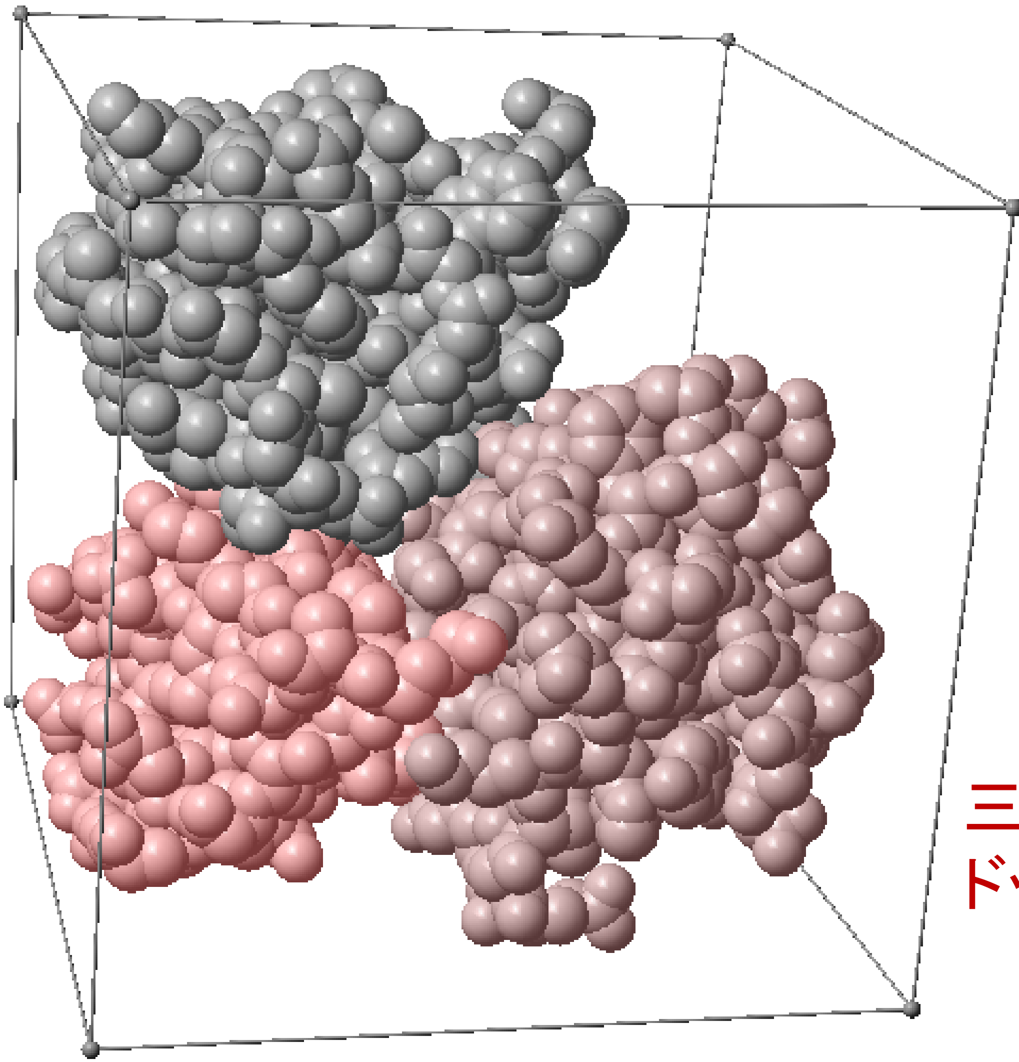
ベンチマーク問題　shapes1



ベンチマーク問題　swim

複雑形状物体の３Ｄパッキング問題

平行移動・自由回転用のパッキングソルバーの開発



三つのタンパク質の
ドッキング問題の計算例